ランダム磁場中のディラック・フェルミオン模型における強い乱れの効果(2002年度基礎物理学研究所研究会「物性物理と場の理論」,研究会報告)

福井, 隆裕

ランダム磁場中のディラック・フェルミオン模型における強い乱れの効果

茨城大学 理学部　福井 隆裕 [1]

最近、XY-ゲージグラス模型で発展したくりこみ群の方法を用いて、ランダムなベクトル・ポテンシャルと結合したディラック・フェルミオン模型の密度相関関数のアンサンブル平均を求める。

1　イントロダクション

ディラック・フェルミオンは（相対論的）場の理論における基本的なフェルミ粒子であるが、物性物理学においても、例えば π-フラックス模型や d-波超伝導体などのフェルミ面近傍の低励起モードを近似的に記述する粒子としてしばしば登場し研究されてきた。アンダーソン局在においても、上記の系に乱れがある場合の模型として、或いは、より一般的に乱れた系のトイ模型として研究され、様々な知見をもたらしてきた。

最もシンプルな自由ディラック・フェルミオン模型では、乱れポテンシャルとして、ランダム・ベクトル場、ランダム質量、ランダム・スカラー場を導入することが出来きる [1]。乱れが弱い側からの摂動的なアプローチでは、これらランダムなポテンシャルが同時に存在する最も一般的な模型においては、乱れは relevant で、（存在すると信じられている）固定点の様子は分からない。しかし、例えば、ランダム・ベクトル場のみが結合した系は、乱れは marginal でその臨界線上の物理量が計算できる。その結果、マルチフラクタルなスケーリング指数などが厳密に計算され、局在現象に特異な性質が明らかになってきている [2]。乱れが弱い場合には、通常の摂動的なアプローチでよいが、乱れが強くなると何らかの非摂動的な方法を用いなければならない [3]。これまでには乱れが強い領域での統一的な方法はない。

最近、XY-ゲージグラス模型の低温を記述する興味深い方法が Carpentier-Le Doussal (CLD) により提案された [4]。そこでは、レプリカ法を用いて、クーロンガス模型に対するくりこみ群を改良して、「摂動論的に強い乱れを記述し、所謂フリージング転移を明らかにする」ことが可能になった。XY 模型とディラック・フェルミオン模型は同じユニバーサリティクラスに属し、ボソン化・フェルミオン化により、陽に互いの作用に変換できる。したがって、この新たな手法を用いれば、摂動論的なくりこみ群でディラック・フェルミオン模型の強い乱れを解析できるであろう。

こうした中、最近、笠・初貝がランダム・ベクトル場と結合したディラック・フェルミオン模型において、密度相関関数を計算してその指数を乱れの強さの関数として求めた [5]。それによると、乱れが弱い場合には、通常のくりこみ群による予想と一致するが、乱れが強くなると、明らかにそれからずれることが分かった。

こうした発展に基づき、我々はランダム・ベクトル場中のディラック・フェルミオン模型の密度相関関数のスケール指数を導くことを試みた [6]。

[1] E-mail: fukui@mx.ibaraki.ac.jp

2 定式化と結果

調べる模型は $S=\int d^2x\left[\overline{\psi}i\gamma_\mu\left(\partial_\mu-iA_\mu\right)\psi-iy\overline{\psi}\psi\right]$。ここで $y=\omega-iE$, $\gamma_\mu=\sigma_\mu$ (パウリ行列) であり A_μ はクエンチ・ランダム・ベクトル場である。ガウス分布を仮定しよう。レプリカを導入し、ボソン化・アンサンブル平均をとると

$$S=\int\frac{d^2x}{4\pi}\left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi_aG_{ab}\partial_\mu\phi_b-\sum_{n=1}y_n\cos(n_a\phi_a)\right], \tag{1}$$

ここで $a,b=1,2,\cdots m$ はレプリカを表し n_a は 0 または 1 である。また、$G_{ab}=\delta_{ab}+g$ であり、g は乱れの強さである。$y_n=\delta_{n,1}$ とおけば、上のスカラー場の作用は、上のディラック・フェルミオン模型と同じ相関関数を与える作用であることがわかる。

今のアプローチでの新しい点は CLD のアイディア、すなわち最初に存在する y_1 の項が、くりこみのプロセスで "fusion" を起こして、より高次の項を生み出す効果を取り入れている点である。その結果、y に関するスケーリング方程式に非線型項が加わり、乱れの強さに応じてくりこみの流れを変化させる。今の場合、y_n は無限個存在し、スケーリング方程式は、通常のセンスでは解析不可能に思われる。しかし、この無限個の方程式が、KPP 方程式という一つの非線型拡散方程式に帰着され、数学者 Bramson によって求められた厳密な漸近解を用いることが出来る。

こうした解析によって得られた密度相関関数のスケーリング指数は笠・初貝らの計算を良く再現する。結果のみを記すと

$$\Delta=\begin{cases}2g & \text{for}\quad g\le 1/2,\\ 2\left(\sqrt{8g}-g-1\right) & \text{for}\quad 1/2\le g\le 2,\\ 2 & \text{for}\quad 2\le g.\end{cases} \tag{2}$$

ここで、g は乱れの強さであり、π を単位にしている。笠・初貝の計算の結果は、乱れが強くなるに従って 3 つの regime に移り変わっていき、最終的に freezing 転移した状態に落ち着くと解釈できる。

最後に、同様の現象がランダムホッピング模型でも起こり、この模型はディラック・フェルミオンの強い乱れの regime にあることを解析した研究があることに言及しておく [7]。

参考文献

[1] A. W. W. Ludwig, M. P. A. Fisher, R. Shankar, and G. Grinstein, Phys. Rev. **B50**, 7526 (1994).

[2] C. Mudry, C. Chamon, and X.-G. Wen, Nucl. Phys. **B466**, 383 (1996): C. de C. Chamon, C. Mudry, and X.-G. Wen, Phys. Rev. **B53**, 7638 (1996).

[3] H. E. Castillo, C. de C. Chamon, E. Fradkin, P. M. Goldbart, and C. Mudry, Phys. Rev. **B56**, 10 668 (1997).

[4] D. Carpentier and P. Le Doussal, Nucl. Phys. **B558**, 565 (2000).

[5] S. Ryu and Y. Hatsugai, Phys. Rev. **B63**, 233307 (2001).

[6] T. Fukui, cond-mat/0209461.

[7] C. Mudry, S. Ryu, and A. Furusaki, cond-mat/0207723: H. Yamada and T. Fukui, cond-mat/0302376.